Università degli studi di Bologna
Facoltà di Ingegneria

49498 - Acustica Applicata e Illuminotecnica L (A-K)

Dispensa n. 1

ACUSTICA FISICA

Docente: Paolo Guidorzi

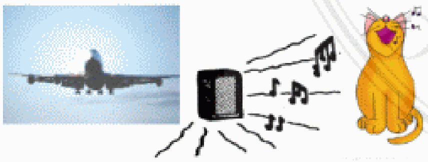
Rev. 9 gennaio 2008

Indice

- L'acustica è la branca della fisica che studia il suono e la propagazione delle onde sonore nei mezzi elastici
- Le onde hanno bisogno di un mezzo elastico per propagarsi

Sorgente → Mezzo di propagazione → Ricevitore

- Voce
- Corpo solido che vibra
- Altoparlante
- Rumore derivante da impianti
- Rumore aerodinamico



- Fluido (gas o liquido)
- Solido

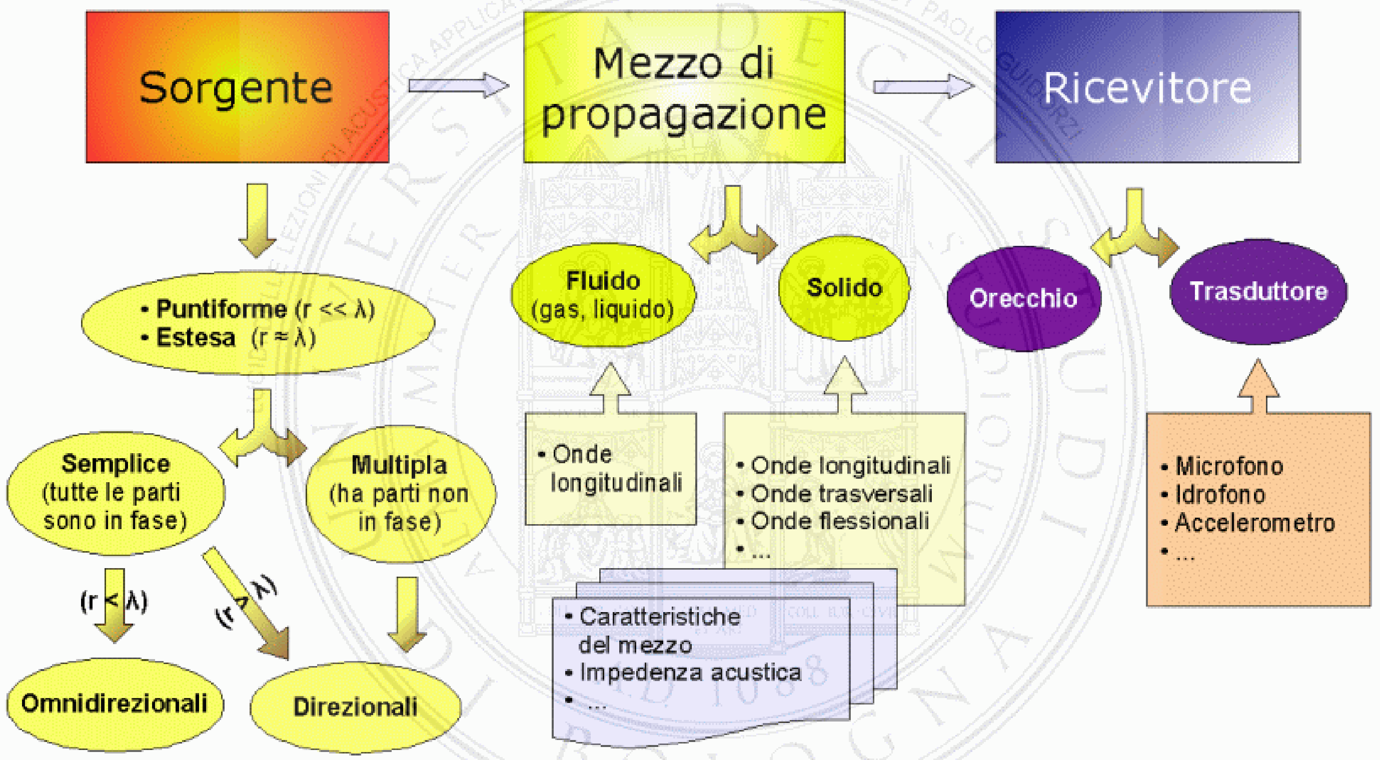
- Orecchio
- Microfono

Image Courtesy of Brüel & Kjær

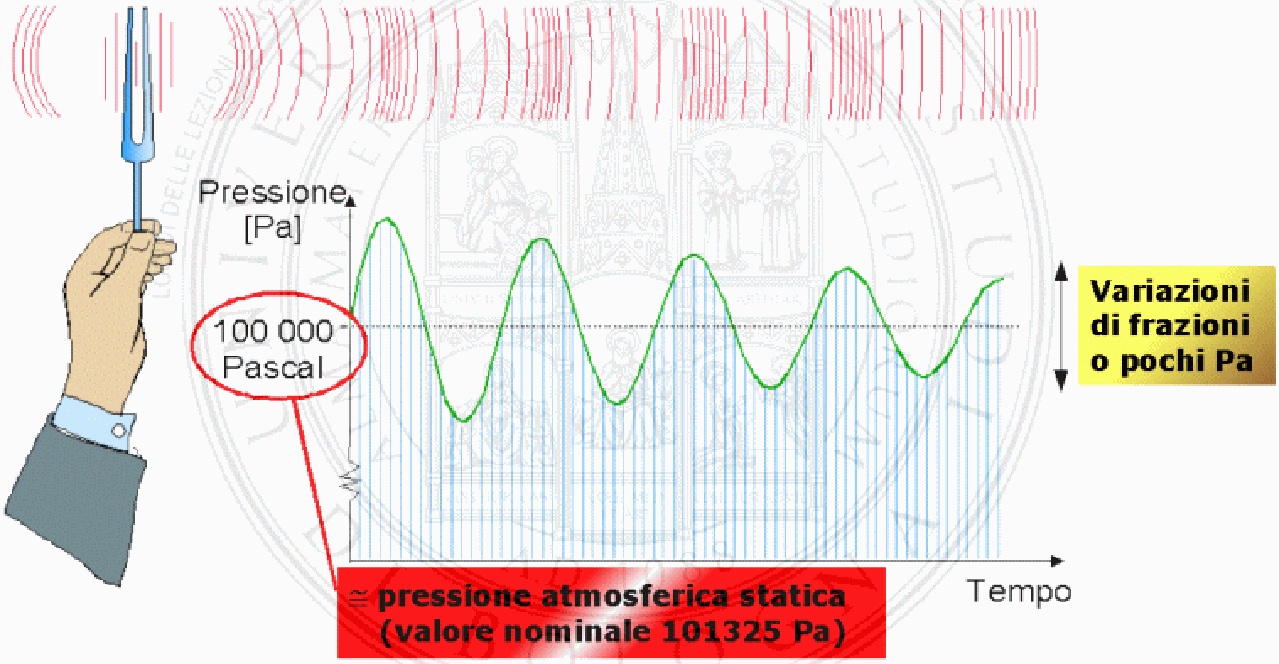
- La propagazione delle onde acustiche può avvenire in modo diverso nei diversi mezzi (gas, liquidi o solidi)
- Il tipo di onde ammissibili in un mezzo dipende dalle sue caratteristiche meccaniche e fisiche
- Il mezzo deve essere elastico
- L'onda si propaga nel mezzo in forma di perturbazione

Image Courtesy of Brüel & Kjær

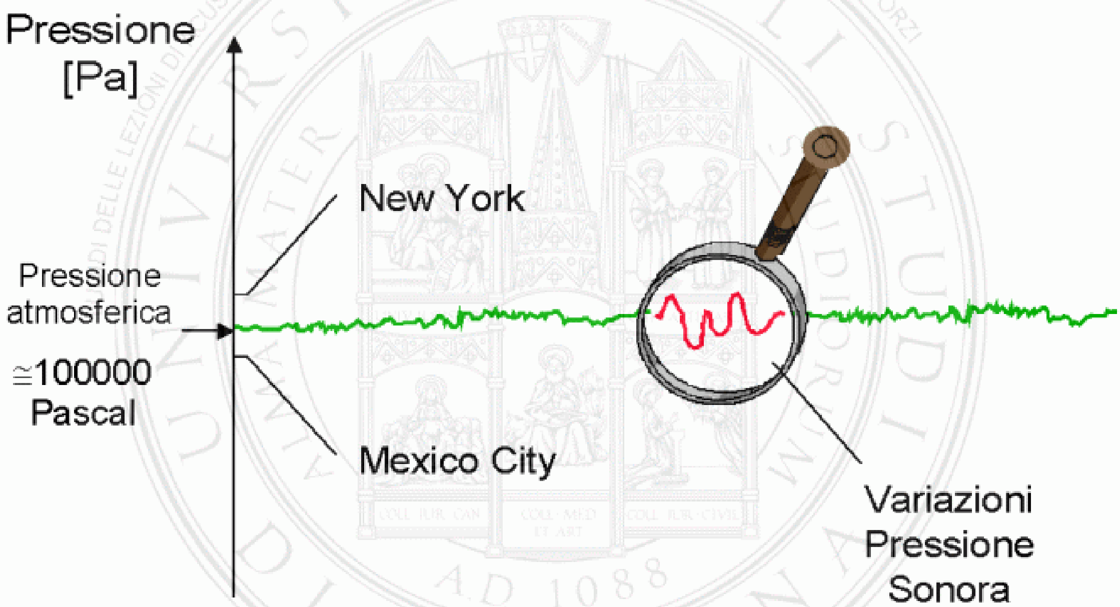
- Le onde sonore derivano dalla propagazione di un moto oscillatorio attraverso le particelle del mezzo
- Il suono (l'informazione trasportata dalle onde) si può caratterizzare da un'ampiezza e da un contenuto spettrale
- L'orecchio percepisce suoni in un ristretto range di frequenze (convenzionalmente da 20 Hz a 20 kHz)
- I suoni nell'aria sono trasportati da variazioni di pressione. La soglia di udibilità (in ampiezza) dei suoni per l'orecchio umano si pone convenzionalmente a 20 μPa



- L'onda si propaga attraverso le particelle del mezzo
- La pressione sonora è una oscillazione rispetto alla pressione atmosferica



- La pressione acustica si sovrappone alla pressione atmosferica



- Le variazioni di pressione dovute alle onde acustiche sono molto minori della pressione atmosferica statica (circa 100000 Pa)

Range of Sound Pressure Levels

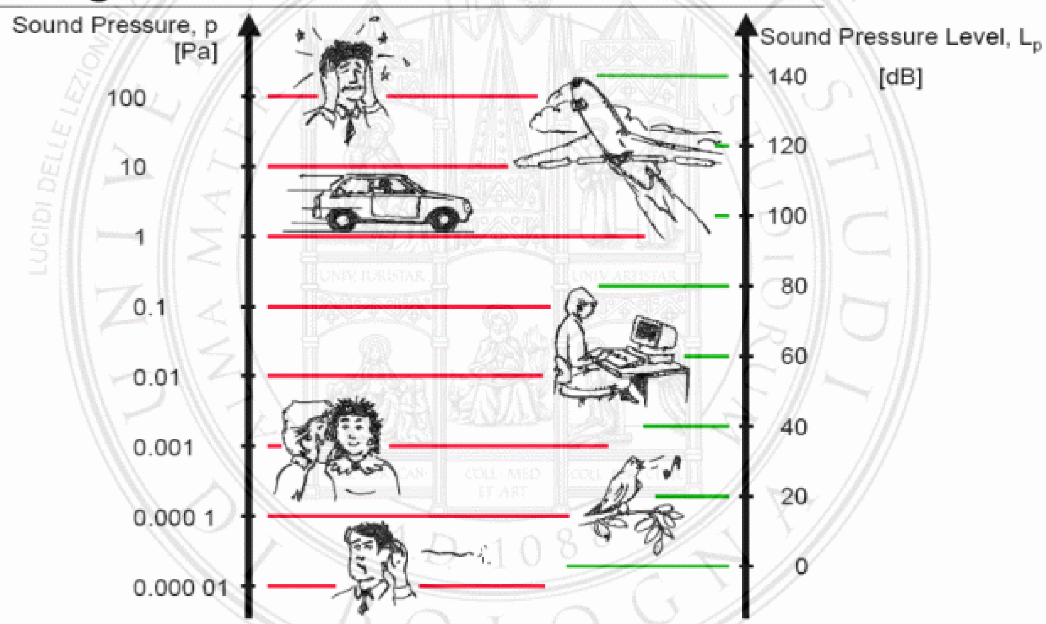


Image Courtesy of Brüel & Kjær

Pressione atmosferica: circa 100000 Pa

Variazioni di pressione dovuta alle onde sonore

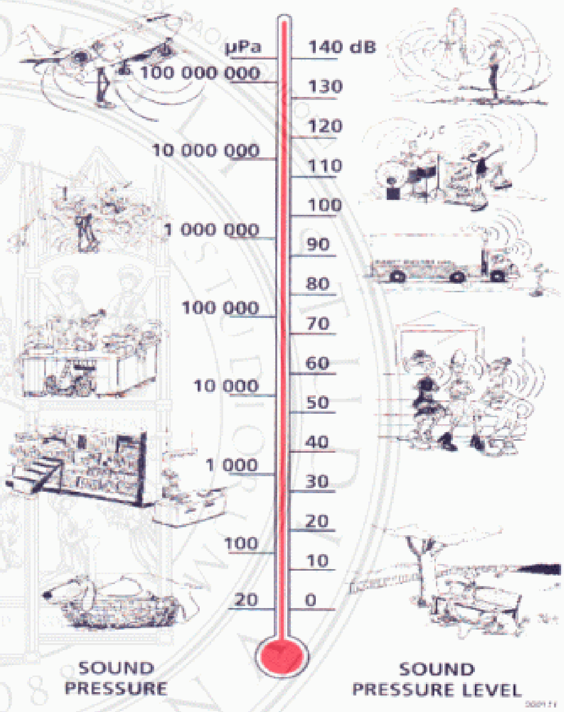


Image Courtesy of Brüel & Kjær

- L'onda si propaga attraverso le particelle del mezzo trasportando energia
- L'onda acustica non trasporta massa

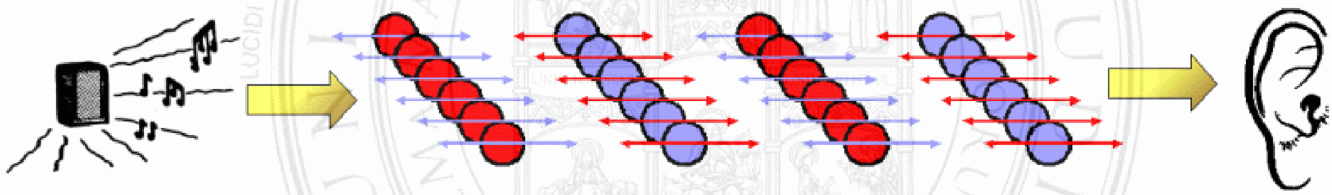


Image Courtesy of Brüel & Kjær

- L'onda acustica non trasporta massa

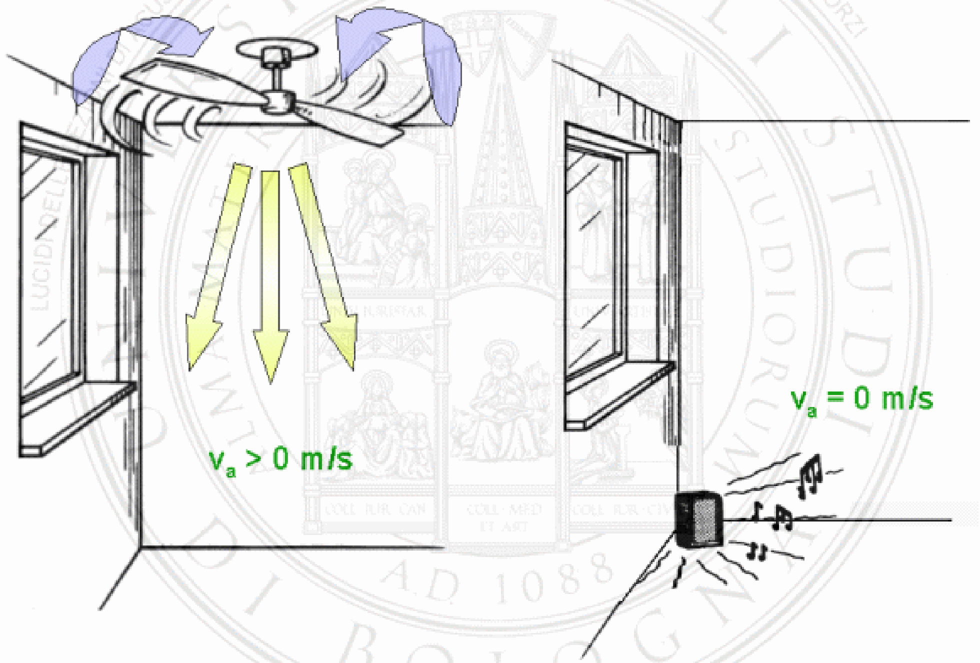
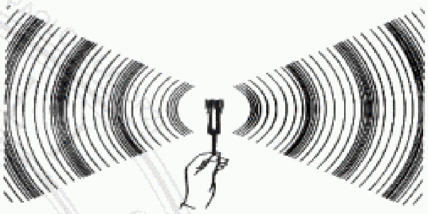
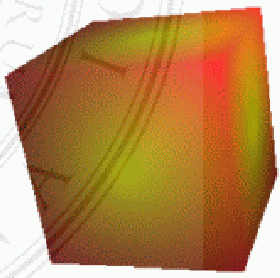


Image Courtesy of Brüel & Kjær

Tipo di moto	Mezzo
Onde longitudinali	• Gas • Liquidi • Solidi
Onde trasversali	• Solidi • Corde
Onde flessionali	• Tondini • Superfici piane
Onde di Rayleigh	• Superfici dei solidi





MATERIALE	VELOCITÀ DEL SUONO (m/s)	RISPETTO ALL'ARIA
ARIA	344	0
PIOMBO	1220	3,5
ACQUA	1410	4,1
METACRILATO	1800	5,2
MATTONI	3000	8,7
LEGNO	3400	9,9
CEMENTO ARMATO	3400	9,9
VETRO	5200	15,1
ALLUMINIO	5200	15,1
ACCIAIO	5200	15,1
CARTONGESSO	6800	19,8

- Per descrivere dinamicamente i diversi tipi di moto delle onde occorre conoscere spostamento, velocità e accelerazione della materia perturbata in funzione del tempo
- Nel caso dei gas occorre anche quantificare la variazione dello stato in concomitanza del passaggio del fronte d'onda
- Occorre quindi distinguere tra pressione, temperatura e densità allo stato di riposo e perturbato

L'equazione delle onde acustiche lineari (di D'Alembert)

Ipotesi:

- Il fluido sia omogeneo e isotropo
- Il fluido sia perfettamente elastico
- Il fluido sia ideale (viscosità nulla); si trascurino le forze di massa (es. gravità)
- Le perturbazioni acustiche (pressione e densità) siano piccole rispetto ai valori di equilibrio (acustica lineare)
- Si trascurino eventuali dissipazioni

- Variabili statiche

Pressione p_0
Densità ρ_0
Temperatura T_0

- Variabili di perturbazione

Pressione p
Densità ρ
Temperatura T
Spostamento ξ
Velocità u
Accelerazione a

ACUSTICA APPLICATA E ILLUMINOTECNICA (C) 2008 BY PAOLO GUIDORZI

- Ad ogni istante la pressione locale in un punto del gas vale $p = p_0 + p'$
- Ad ogni istante la densità locale in un punto del gas vale $\rho = \rho_0 + \rho'$
- Ad ogni istante la velocità locale delle particelle in un punto del gas vale $u = u_0 + u'$
- u_0 si può porre uguale a zero

Perturbazione dovuta al suono

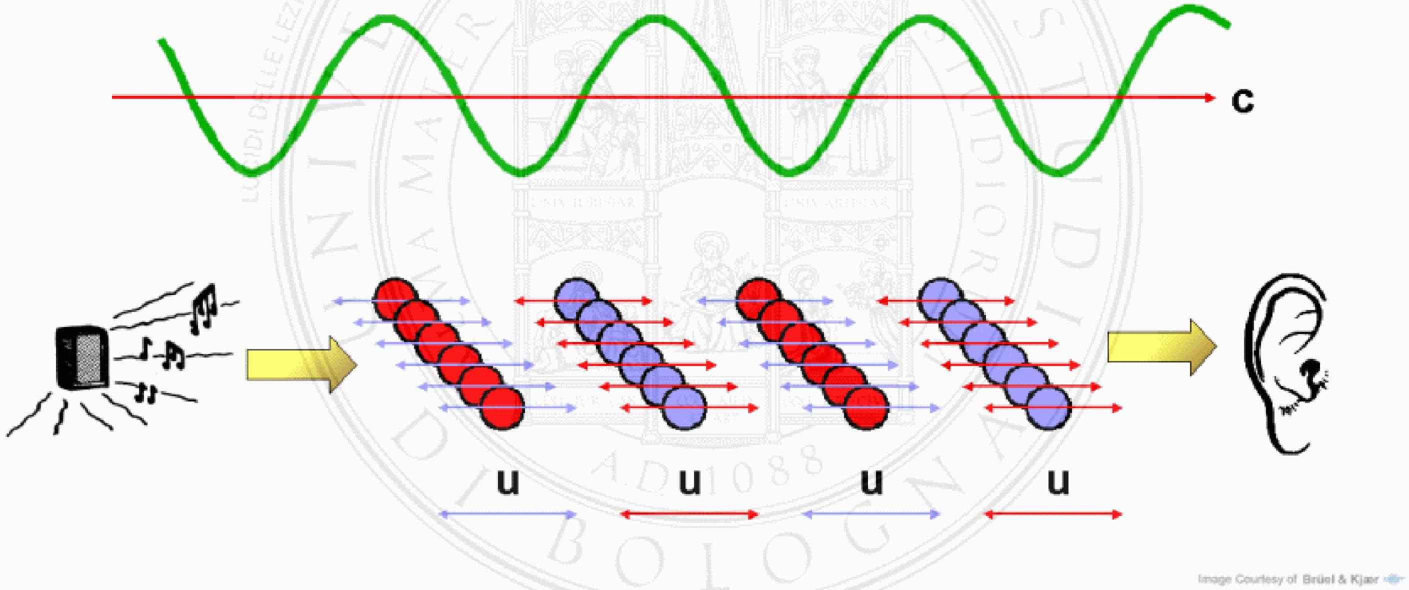
- $p = p_0 + p'$; $p' \ll p_0$
  $\rho = \rho_0 + \rho'$; $\rho' \ll \rho_0$
  $u = u_0 + u'$; $u_0 = 0$

Ipotesi di acustica lineare

Equazione delle onde lineari o di D'Alembert

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

- Velocità dell'onda **c**
- Velocità di oscillazione delle particelle **u**



c è la velocità di fase del suono

u è la velocità delle particelle del mezzo

La velocità del suono è rappresentata da **c**

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}}$$

La propagazione del suono in aria è una trasformazione termodinamica

Nell'aria (considerata gas perfetto):

- A bassa frequenza: TRASFORMAZIONE ISOTERMA
- Alle frequenze audio il calore non riesce a propagarsi (l'aria è un cattivo conduttore di calore): TRASFORMAZIONE ADIABATICA
- Ad altissima frequenza (lunghezza d'onda $\lambda \approx$ spostamento delle molecole, ultrasuoni): fenomeno convettivo è più efficiente: TRASFORMAZIONE ISOTERMA

Espressione della velocità del suono in aria in funzione della temperatura

$$c = 331{,}6 + 0{,}6\ T$$

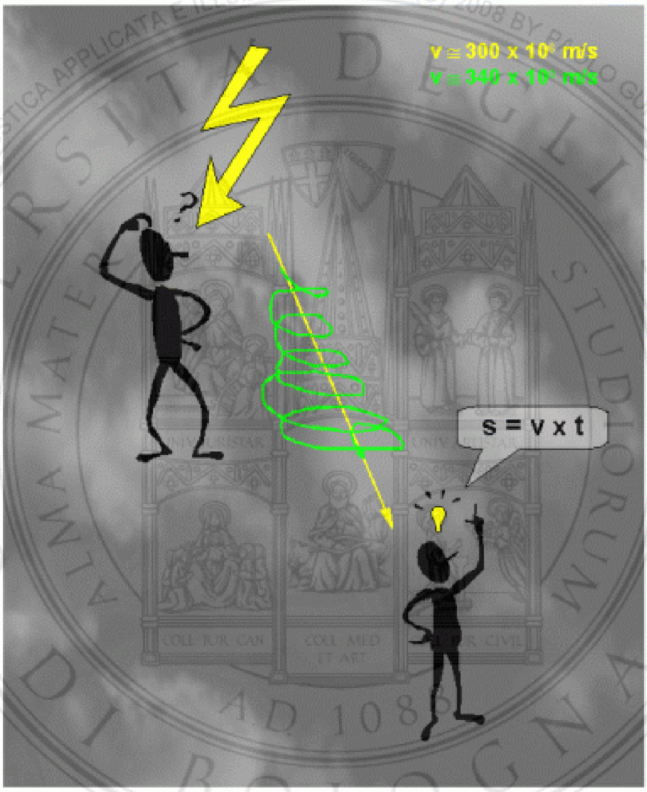


Image Courtesy of Brüel & Kjær

Generazione dell'onda piana

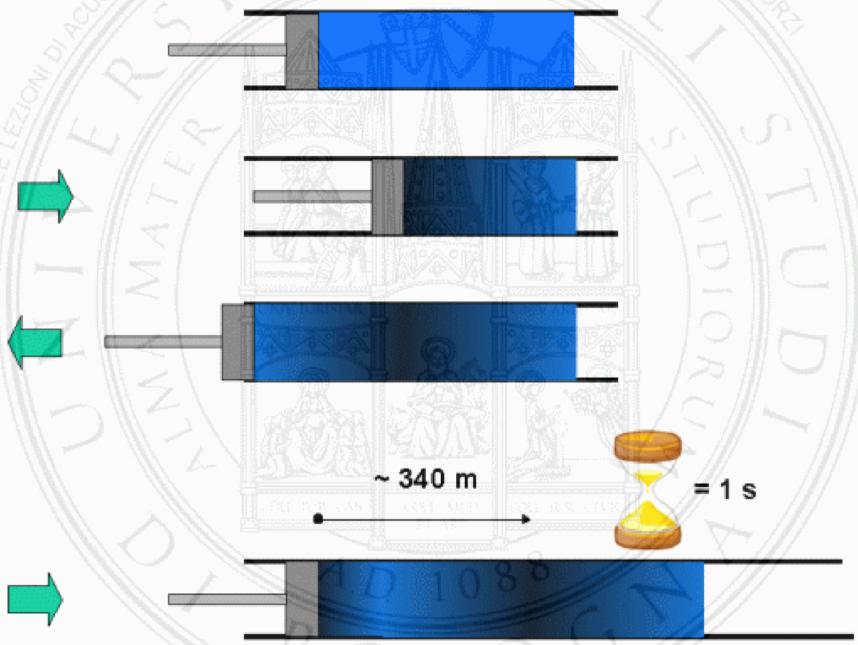
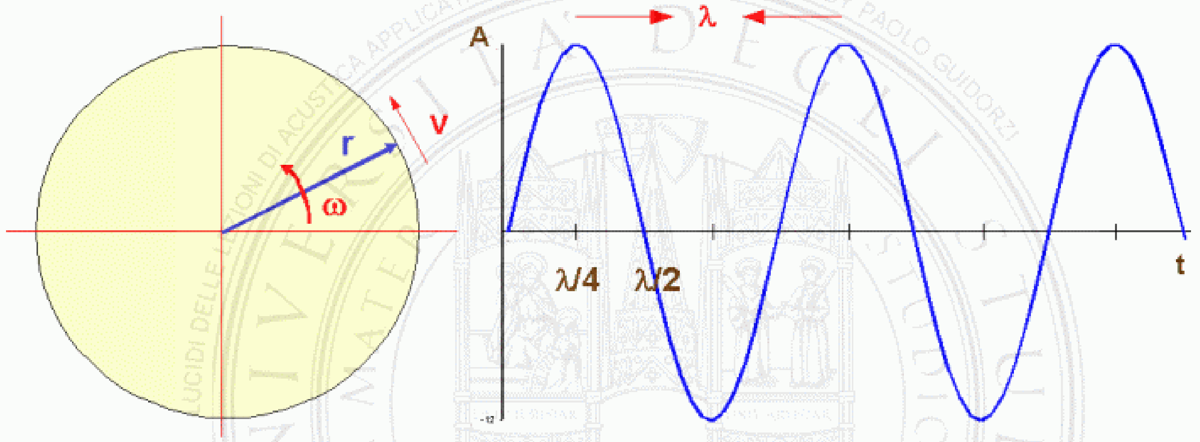


Image Courtesy of Brüel & Kjær



$$v = \omega r = 2\pi f \cdot r$$

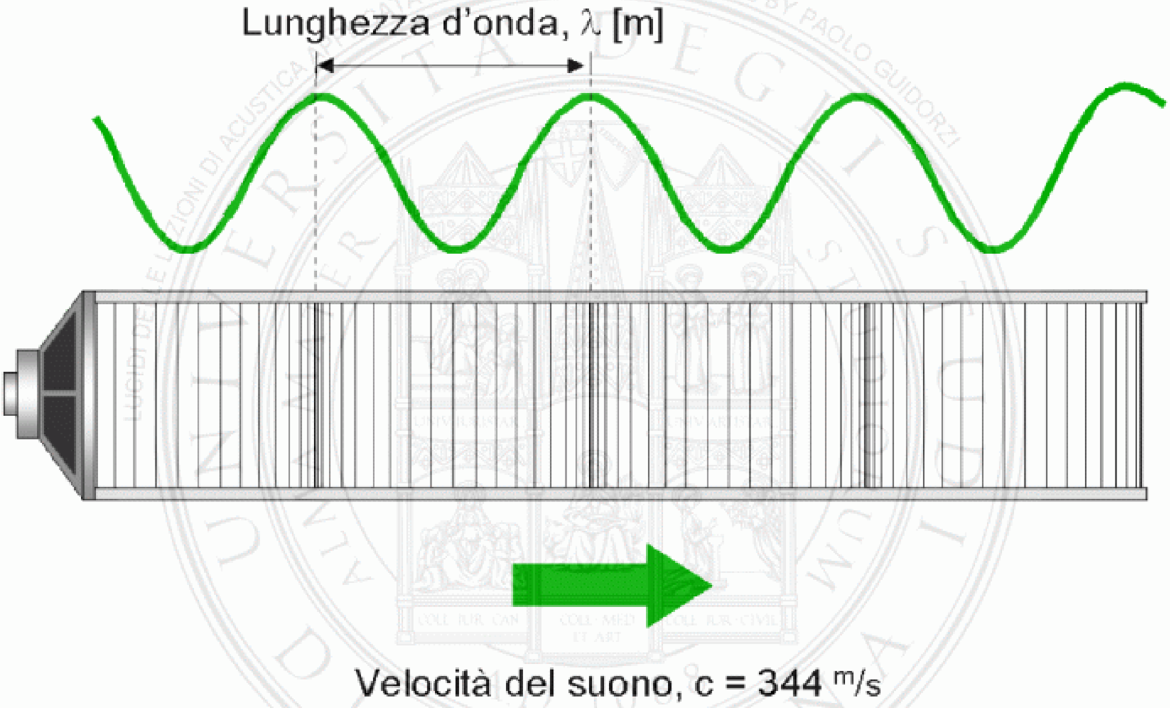
$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

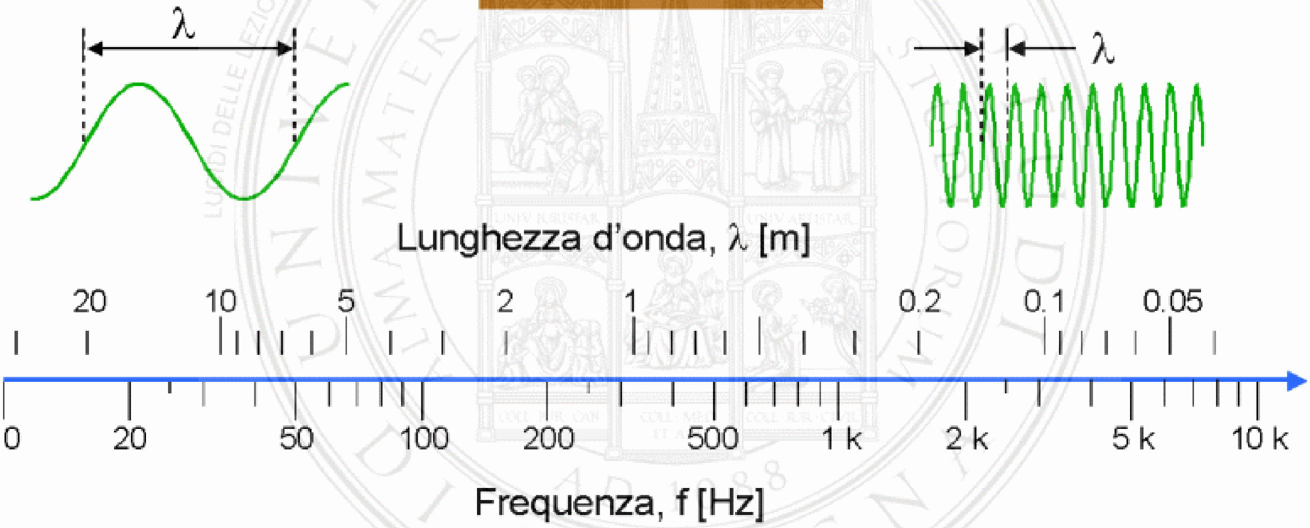
v: velocità lineare [m/s]
ω: velocità angolare [rad/s]=[s^{-1}]
T: periodo [s] (tempo per percorrere un angolo giro)
f: frequenza [s^{-1}]=[Hz] (giri per unità di tempo)
λ: lunghezza d'onda [m]

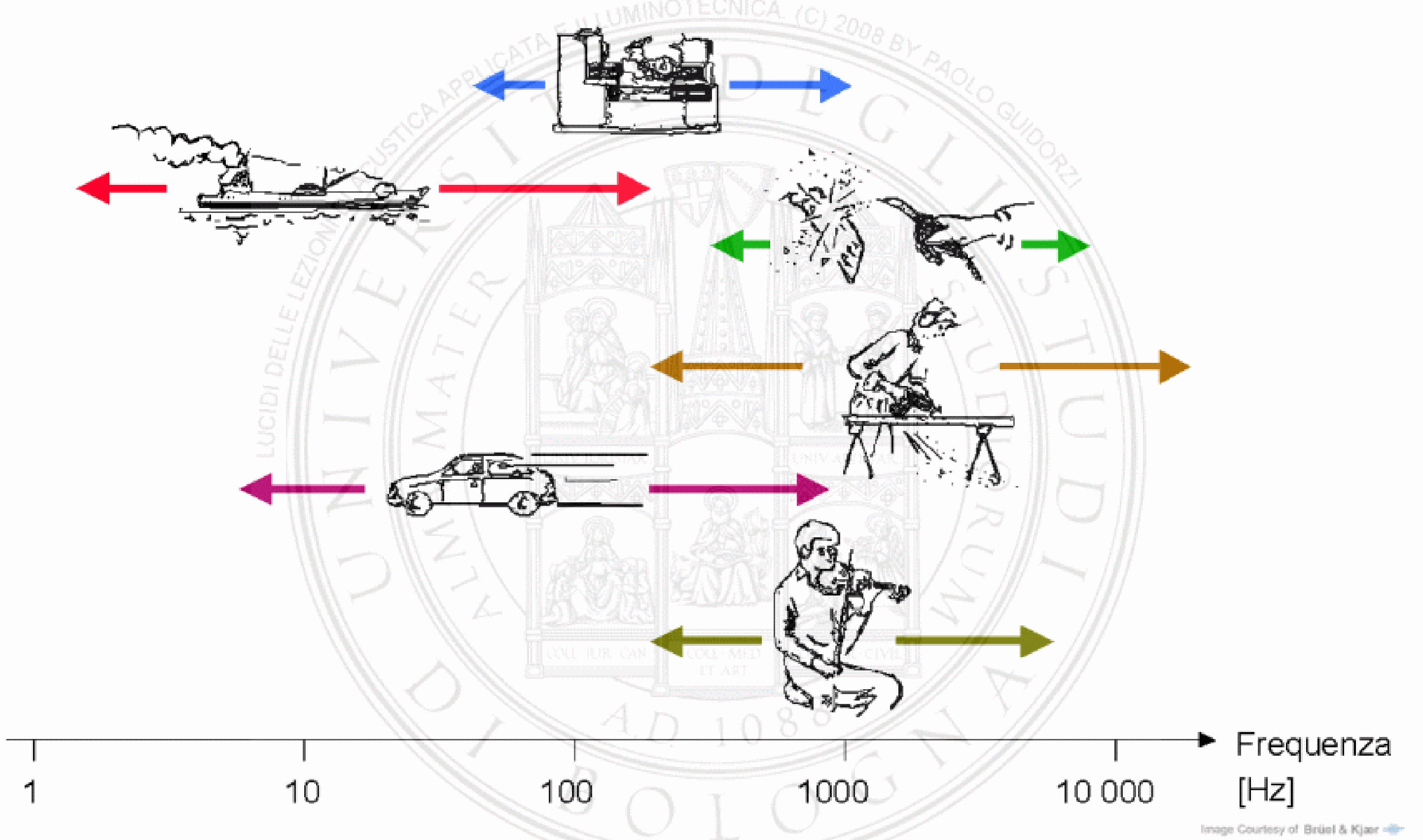
$$\lambda = cT = c \cdot \frac{2\pi r}{2\pi f \cdot r} = \frac{c}{f}$$

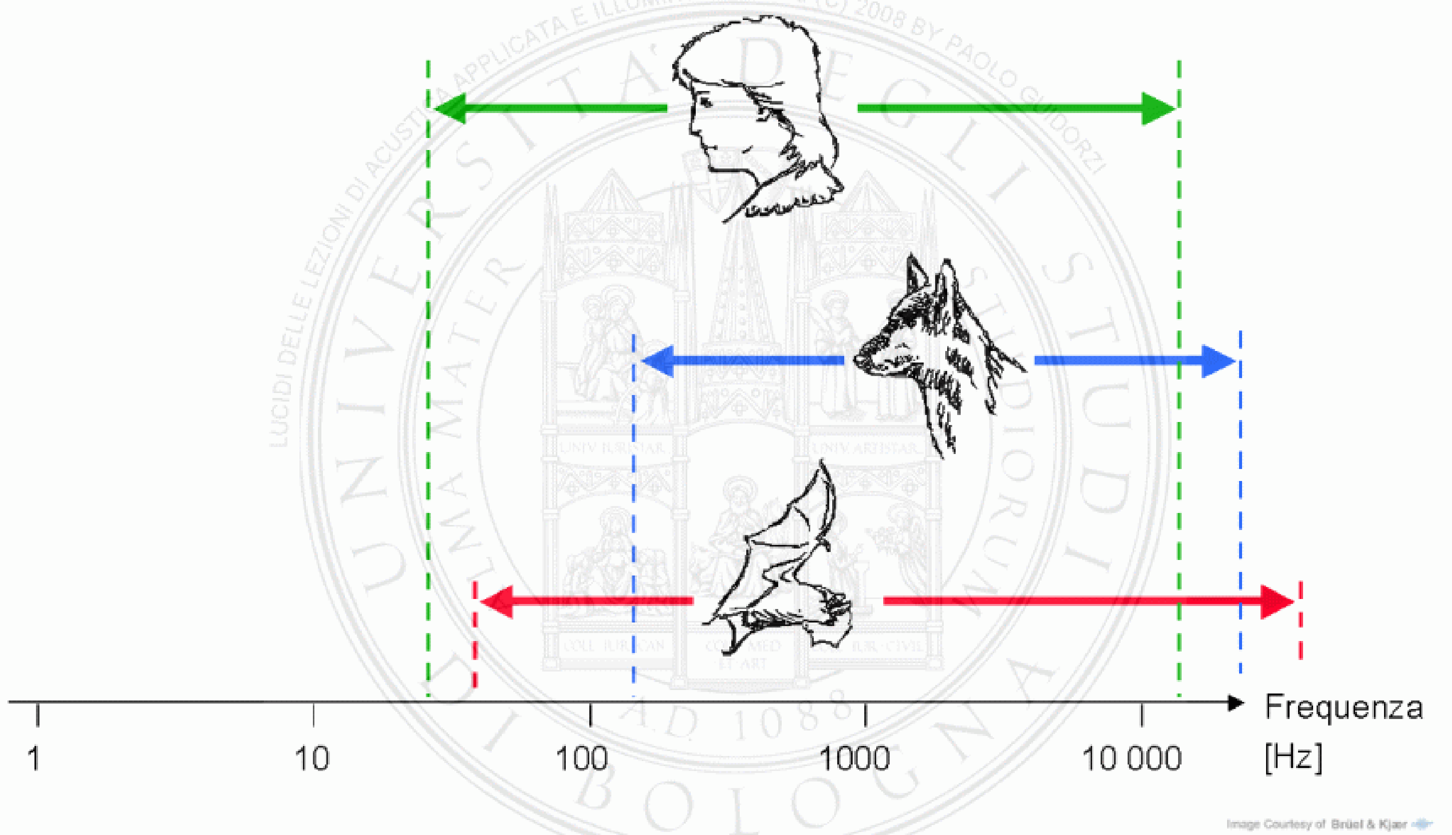
Image Courtesy of Brüel & Kjær



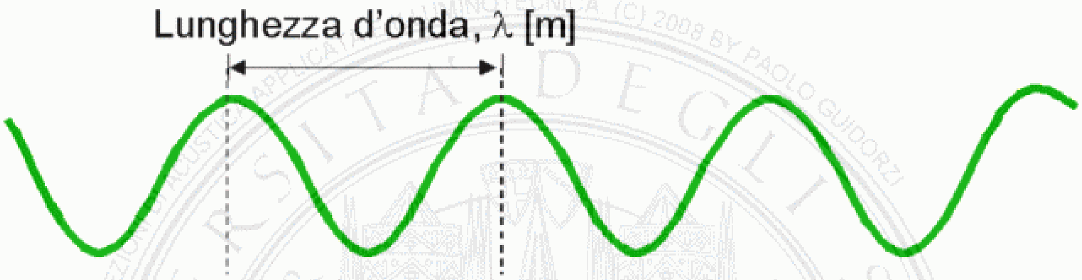
$$\lambda = \frac{c}{f}$$

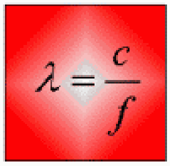






LUCIDI DELLE LEZIONI DI ACUSTICA APPLICATA E ILLUMINOTECNICA (C) 2008 BY PAOLO GUIDORZI

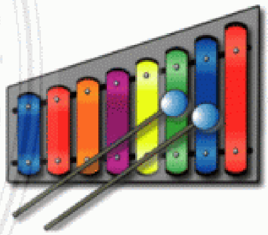




$$\lambda = \frac{c}{f}$$

In l'aria (c = 340 m/s a 14 °C):

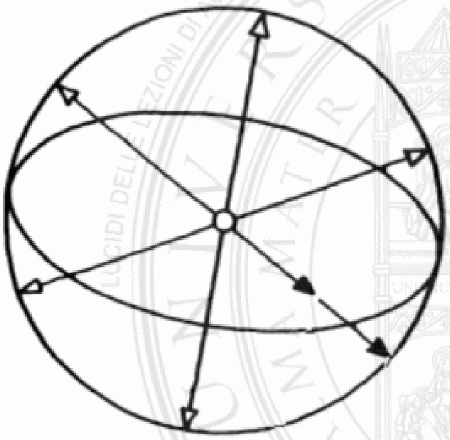
f = 10 Hz	λ = 340/10 = 34 m
f = 20 Hz	λ = 340/20 = 17 m
f = 50 Hz	λ = 340/50 = 6,8 m
f = 100 Hz	λ = 340/100 = 3,4 m
f = 340 Hz	λ = 340/340 = 1 m
f = 1000 Hz	λ = 340/1000 = 0,34 m
f = 10000 Hz	λ = 340/10000 = 0,034 m



Fissata la frequenza della sorgente, la lunghezza d'onda dipende dalla velocità del suono nel mezzo.

Tipi di onde acustiche:

Onde sferiche



Onde cilindriche

Onde piane

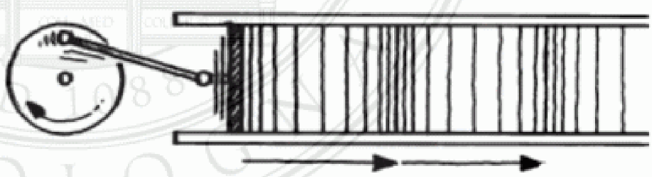
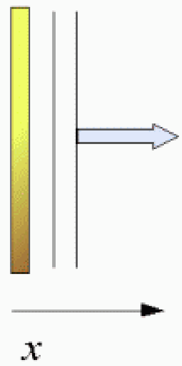


Image Courtesy of Brüel & Kjær

Soluzioni dell'equazione delle onde

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

ONDE PIANE



La soluzione dell'equazione diventa:

$$p(x,t) = P_0 \cos(\omega t - kx) + P_0 \cos(\omega t + kx) = p_+ + p_-$$

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Leftarrow \quad c = \lambda f \qquad \omega = 2\pi f$$

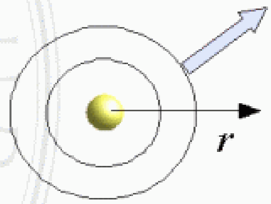
P_0: ampiezza dell'onda [Pa]
ω: velocità angolare [rad/s]=[s^{-1}]
x: posizione nello spazio [m]
λ: lunghezza d'onda [m]
k: numero d'onda [rad/m]

Soluzioni dell'equazione delle onde

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

ONDE SFERICHE

Sorgente sferica puntiforme



La soluzione dell'equazione diventa:

$$p(x,t) = \frac{1}{r} P'_0 \cos(\omega t - kr) + \frac{1}{r} P'_0 \cos(\omega t + kr) = p_+ + \cancel{p_-}$$

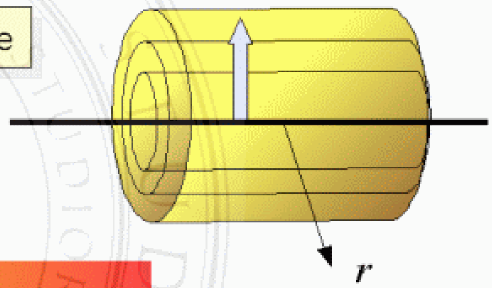
Onde sferiche da r = 0 a r = ∞

Soluzioni dell'equazione delle onde

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

ONDE CILINDRICHE

Sorgente lineare



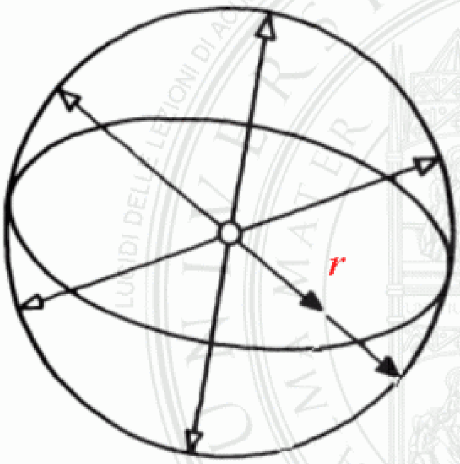
La soluzione dell'equazione diventa:

$$p(x,t) = \frac{1}{\sqrt{r}} P'_0 \cos(\omega t - kr) + \frac{1}{\sqrt{r}} P'_0 \cos(\omega t + kr) = p_+ + \cancel{p_-}$$

Onde cilindriche da r = 0 a r = ∞

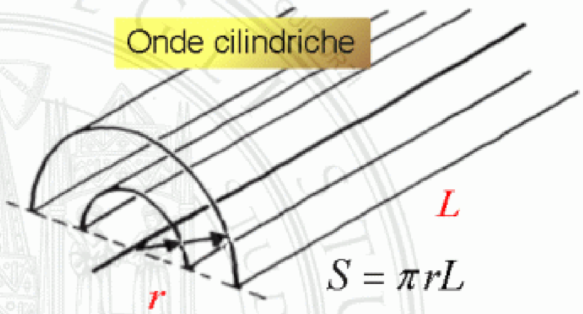
Divergenza geometrica dei differenti tipi di onde acustiche:

Onde sferiche



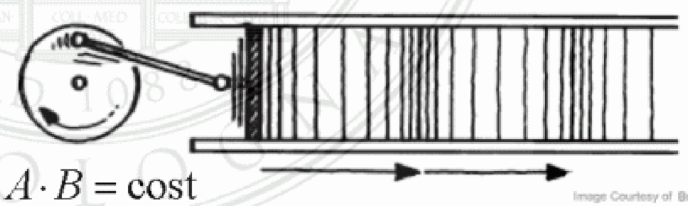
$S = 4\pi r^2$

Onde cilindriche



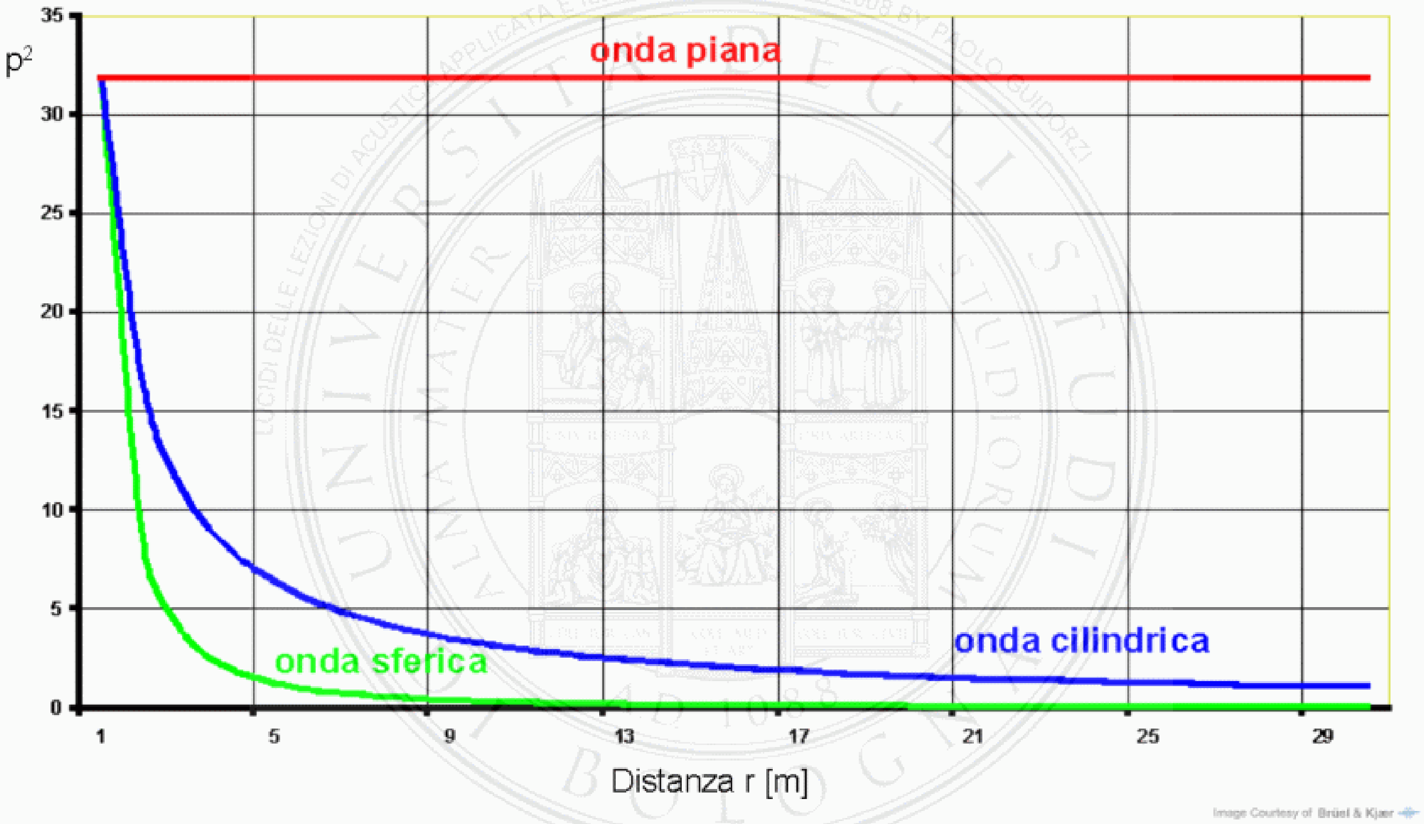
$S = \pi r L$

Onde piane



$S = A \cdot B = \text{cost}$

Image Courtesy of Brüel & Kjær



Per quantificare i fenomeni acustici si misura la pressione acustica, ovvero la perturbazione generata dall'onda sonora p', sovrapposta alla pressione statica p_0. Come già visto, la pressione totale p risulta:

$p = p_0 + p'$; $p' << p_0$

D'ora in poi p' si indicherà semplicemente con la lettera p

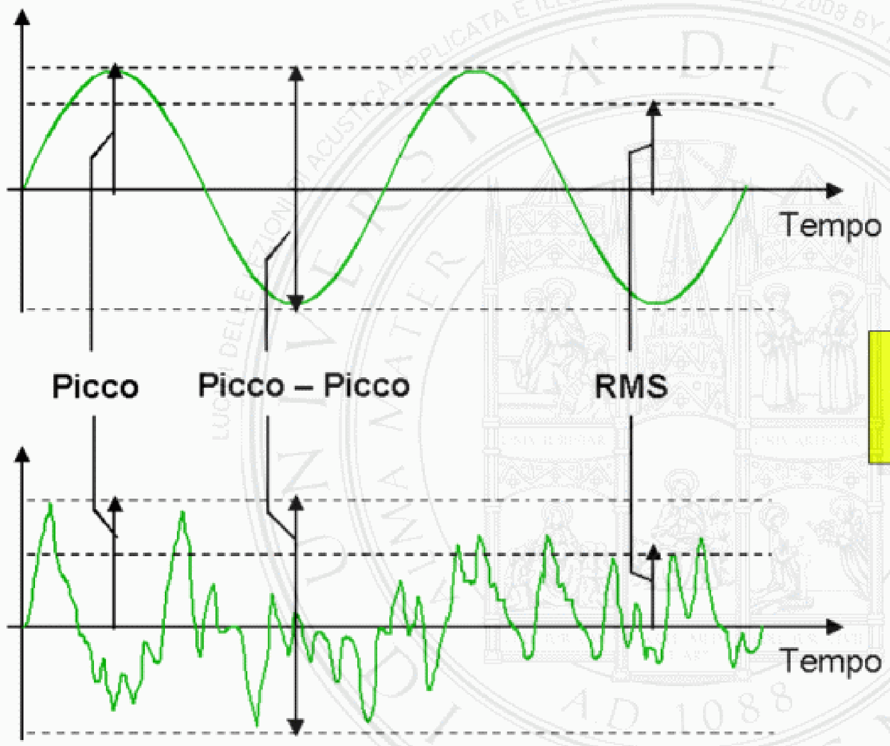
Dalle misure si ottiene direttamente il valore della pressione acustica.

Comunemente i fenomeni sonori presentano un massimo e un minimo simmetrici rispetto allo zero (si pensi ad esempio ad un'onda sinusoidale) e quindi invece del valore di picco si può utilizzare il valore efficace, definito:

$$p_{eff} = p_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T p^2 dt}$$

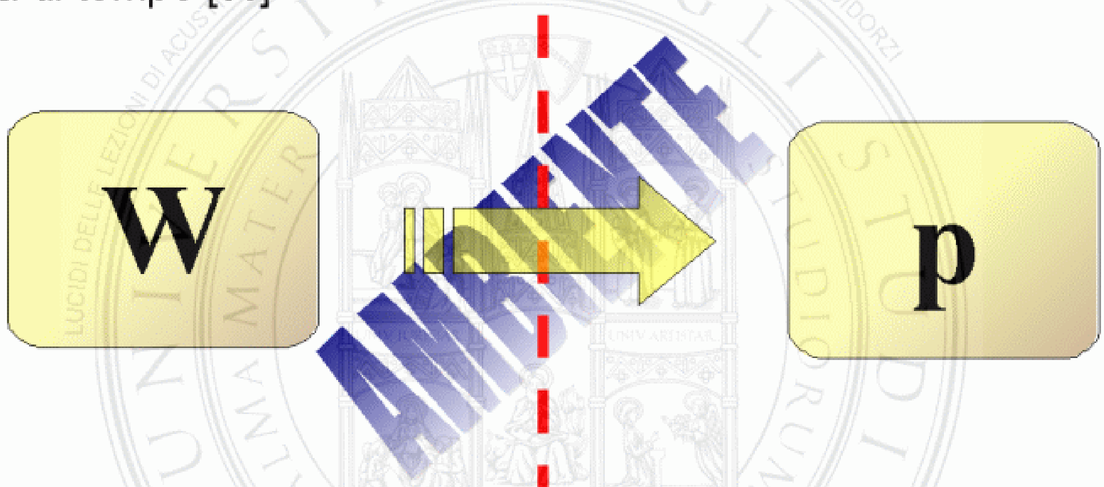
dove T è il tempo di integrazione.

Se la funzione e' sinusoidale: $p_{eff} = p_{max} / \sqrt{2}$



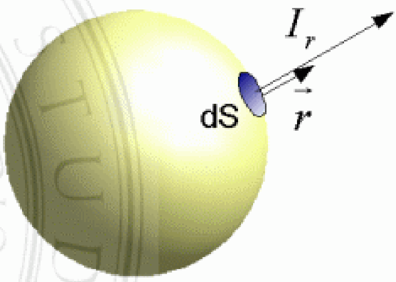
$$p_{eff} = p_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T p^2 dt}$$

La potenza acustica è l'energia emessa dalla sorgente sonora nell'unità di tempo [W]



La potenza acustica è una caratteristica intrinseca alla sorgente
La pressione sonora nell'ambiente dipende dalla posizione in cui la misuro

L'intensità acustica, o flusso di potenza, è una grandezza vettoriale, al contrario della pressione acustica e della potenza che sono grandezze scalari, ed esprime il valore e la direzione del flusso netto di potenza acustica in una certa direzione dello spazio [W / m²].



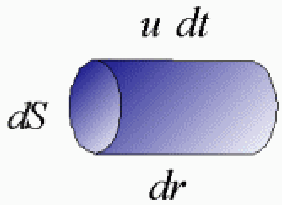
Sia dE l'energia che attraversa l'area infinitesima dS perpendicolare alla direzione r in un intervallo di tempo dt; il modulo dell'intensità

sonora in un certo istante vale: $I_r = \dfrac{dE}{dt \cdot dS}$

Se dF è la forza totale infinitesima che agisce nella direzione r e p_t è la pressione totale che agisce sull'area dS, comprendente la pressione statica p_0 e la pressione acustica p, si ha: $dE = dF \cdot dr = p_t \cdot dS \cdot dr$

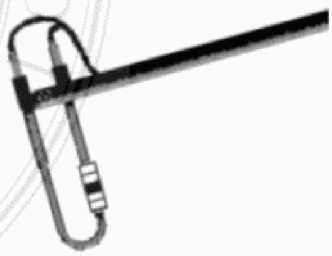
$$I_r = \frac{dE}{dt \cdot dS}$$
$$dE = dF \cdot dr = p_t \cdot dS \cdot dr$$

$$\Rightarrow \quad I_r = p_t \frac{dr}{dt} = p_0 u + pu$$



essendo u la velocità delle particelle nella direzione r.
Se si calcola il valore medio di I_r in un certo intervallo di tempo, si ottiene che $p_0 u = 0$ e quindi I=pu

In termini vettoriali: $\vec{I} = p\vec{u}$



La potenza acustica si può calcolare (e misurare) a partire dall'intensità: $W = \int_S \vec{I} \cdot \vec{r} \, dS$

Si definisce anche la grandezza **Densità Acustica**, che rappresenta l'energia sonora contenuta nell'unità di volume, intorno a un punto considerato. E' espressa in [J / m^3].

Considerando un volume elementare:

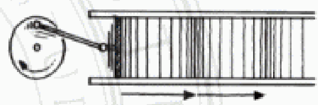
$$D = \frac{dE}{dV} = \frac{dE}{dr \cdot dS} = \frac{dE}{dr \cdot dS}\frac{dt}{dt} = \frac{dE}{dt \cdot dS}\frac{dt}{dr} = \frac{I_r}{c}$$

Legame tra intensità e potenza acustica

$$W = \int_S \vec{I} \cdot \vec{r}\, dS = I \cdot S \quad \Rightarrow \quad I = \frac{W}{S}$$

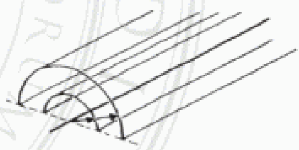
ONDE PIANE

$$S = \text{cost} \qquad I = \frac{W}{S} = \text{cost}$$



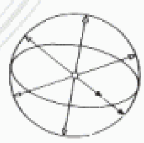
ONDE CILINDRICHE

$$S = \pi r L \qquad I = \frac{W}{S} \propto \frac{1}{r}$$



ONDE SFERICHE

$$S = 4\pi r^2 \qquad I = \frac{W}{S} \propto \frac{1}{r^2}$$



Impedenza acustica

L'impedenza acustica specifica in un punto dello spazio si definisce:

$$\vec{z} = \frac{p}{\vec{u}} = \left|\vec{z}\right| e^{j\theta} = r_z + jx_z \qquad \left[\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2\text{s}}\right] = [\text{rayl}]$$

$$e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\text{sen}(\omega t)$$

E' una grandezza complessa e quantifica la resistenza che il mezzo oppone al passaggio dell'onda acustica.
Per le onde piane (e si noti che anche le onde sferiche e cilindriche a grande distanza dalla sorgente possono essere approssimate come onde piane) vale:

$$\vec{z} = \rho_0 c$$

detta impedenza acustica caratteristica. ρ_0 è la densità dell'aria.
In condizioni normali di temperatura e pressione $(\rho_0 c)_{20°}$ = 415 rayl

Esempi di impedenza acustica in vari mezzi

Metalli			
Materiale	c (m/s)	ρ (kg/m³)	z (rayl) ×10⁻⁵
Acciaio	5000	7800	390
Argento	5100	2700	138
Nickel	4970	8700	430
Oro	2000	19300	386
Ottone	3500	8400	295
Piombo	1220	11400	138
Platino	2650	21400	572
Rame	3560	8900	317
Stagno	2500	7300	182
Zinco	3700	7000	259

Non metalli			
Materiale	c (m/s)	ρ (kg/m³)	z (rayl) ×10⁻⁵
Ardesia	4500	3000	135
Avorio	3010	1800	54
Gomma	54	1000	0,04
Granito	3950	2700	107
Marmo	3810	2700	103
Mattone	3650	1800	66
Vetro	5500	2600	142
Sughero	500	240	0,04

Liquidi			
Materiale	c (m/s)	ρ (kg/m³)	z (rayl) ×10⁻⁵
Acqua 13°C	1441	1000	14,4
Alcool	1240	800	9,9
Benzina	1166	900	10,5

Gas			
Materiale	c (m/s)	ρ (kg/m³)	z (rayl) ×10⁻⁵
Aria 0°C	331	1,29	$4{,}28\times10^{-3}$
Aria 20°C	343	1,20	$4{,}15\times10^{-3}$
Aria 39°C	354	1,12	$4{,}00\times10^{-3}$
Azoto	336	1,25	$4{,}2\times10^{-3}$
Ossigeno	317	1,43	$4{,}5\times10^{-3}$
Idrogeno	1269	0,09	$1{,}1\times10^{-3}$

Legame tra intensità e pressione

Per un onda piana (considerando solo l'onda progressiva) valgono le relazioni:

$$p = P_0 \cos(\omega t - kx)$$

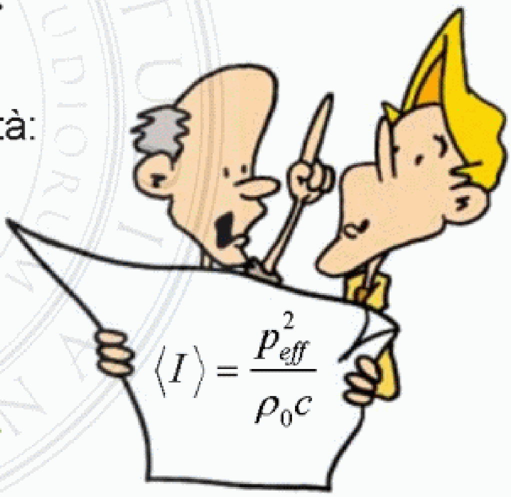
$$u = \frac{P_0}{\rho_0 c} \cos(\omega t - kx)$$

$$I = p \cdot u = \frac{P_0^2}{\rho_0 c} \cos^2(\omega t - kx)$$

Interessa conoscere il valore medio dell'intensità:

$$\langle I \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{P_0^2}{\rho_0 c} \cos^2(\omega t - kx)\, dt = \frac{1}{2} \frac{P_0^2}{\rho_0 c} \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

Inoltre per le grandezze sinusoidali si utilizza il valore efficace: $p_{eff} = p_{max} / \sqrt{2}$



Impedenza e onde sferiche

Per le onde sferiche, l'impedenza vale:

$$z = \frac{p}{u} = \rho_0 c \frac{1}{\left(1 - \frac{j}{kr}\right)}$$

Termine di differenza rispetto alle onde piane. La velocità non è più in fase con la pressione

$$c = \lambda f$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$kr \to \infty \Rightarrow z \to \rho_0 c$$

A grande distanza dalla sorgente le onde sferiche si comportano come onde piane

$$kr \to 0 \Rightarrow u \text{ e } p \text{ sono in quadratura: } z \to 0$$

Vicino alla sorgente per generare una piccola pressione devo avere alta velocità delle particelle

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Ciò avviene ad esempio in una cassa acustica quando λ >> r ovvero se si vuole generare una bassa frequenza con una cassa acustica piccola.
Esempio: 100 Hz → λ = c / f = 340/100 = 3,4 m